Champ et énergie électrostatiques

P5 – Chapitres 1 et 2

		Charge	Champ électrostatique	Force de Coulomb	Potentiel électrostatique	Energie électrostatique
Discrète	**Charge ponctuelle**	$Q = ke$	$\boxed{\overrightarrow{E_i}(M) = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{P_iM}}{P_iM^3}}$	$\boxed{\overrightarrow{f_{i\to t}} = q_t\overrightarrow{E_i}(M)}$	$\boxed{V_i(M) = \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{P_iM} + cst}$	$\boxed{U_E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V(M_i)}$
	Discrète	$\sum q_i$	$\vec{E}(M) = \sum \overrightarrow{E_i}(M)$	$\overrightarrow{f_{1,\dots,N\to t}} = q_t \sum_{i=1}^{N}\overrightarrow{E_i}(M)$	$V(M) = \sum V_i(M)$	$U_E = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\frac{q_iq_j}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{M_iM_j}$
Continue	**Différentielle**	d^xq	$\boxed{d^x\vec{E}(M) = \frac{d^xq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}}$		$\boxed{d^xV(M) = \frac{d^xq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{PM}}$	$\boxed{d^xU_E = \frac{1}{2}V(P)\,d^xq}$
	Volumique	$\boxed{Q = \iiint_V \rho(P)\,d^3\tau_P}$	$\vec{E}(M) = \iiint_V \frac{\rho(P)}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}d^3\tau_P$		$V(M) = \iiint_{V_{dist}} \frac{\rho(P)}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d^3\tau_P}{PM} + c$	$U_E = \frac{1}{2}\iiint_{V_{dist}} \rho(P)V(P)d^3\tau_P$
	Surfacique	$\boxed{Q = \iint_S \sigma(P)\,d^2S_P}$	$\vec{E}(M) = \iint_S \frac{\sigma(P)}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}d^2S_P$		$V(M) = \iint_S \frac{\sigma(P)}{4\pi\varepsilon_0}\frac{d^2S_P}{PM} + c$	$U_E = \frac{1}{2}\iint_S \sigma(P)V(P)d^2S_P$
	Linéique	$\boxed{Q = \int_L \lambda(P)\,dl_P}$	$\vec{E}(M) = \int_L \frac{\lambda(P)}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}dl_P$		$V(M) = \int_L \frac{\lambda(P)}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dl_P}{PM} + c$	$\emptyset$

<u>Relation locale avec $\vec{E}$:</u>

$$\boxed{\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\mathrm{grad}_M}\,V(M)}$$

<u>Relation intégrale avec $\vec{E}$:</u>

$$\int_A^B \vec{E}(M)\cdot\overrightarrow{dr} = V(A) - V(B)$$

<u>Relation de Poisson :</u>

$$\boxed{\Delta_M V(M) + \frac{\rho(M)}{\varepsilon_0} = 0}$$

<u>Théorème de Gauss :</u>

Soient V_{dist} dist. volumique S_{Gauss} surface qcque englobant V_{Gauss} $P \in V_{dist}$ $M \in S_{Gauss}$

$$\boxed{\phi = \oiint_{S_{Gauss}} \vec{E}(M)\cdot d^2S_M = \iiint_{V_{Gauss}} \frac{\rho(P)}{\varepsilon_0}\,d^3\tau_P = \frac{Q_{Gauss}}{\varepsilon_0}}$$

Forme intégrale

$$\boxed{\mathrm{div}_P\,\vec{E}(P) = \frac{\rho(P)}{\varepsilon_0}}$$

Forme locale

Champ et énergie électrostatiques

P5 – Chapitres 1 et 2

I. Le champ électrostatique

1. Propriétés de la charge

La charge est **quantifiée** ($Q = ke$) grandeur **extensive**, **conservative**, et **scalaire**.

2. Invariances

- **Translation :** Distribution identique $\forall\, z \;\Rightarrow E(x, y, \cancel{z})$ identique $\forall\, z$.
- **Rotation :** Distribution identique $\forall\, \varphi \Rightarrow E(\rho, \cancel{\varphi}, z)$ identique $\forall\, \varphi$.

3. Symétries

- **Symétrie plan :** $\vec{E} \in (\text{plan de symétrie})$
- **Symétrie axiale :** $\vec{E} \in (\text{axe de symétrie})$
- **Antisymétrie plane :** $\vec{E} \perp (\text{plan de symétrie})$

4. Discontinuité de la composante normale du champ à la traversée d'une surface chargée

$$\lim_{\substack{M_1 \to M \\ M_2 \to M}} \left[\vec{E}(M_2) - \vec{E}(M_1)\right] = \frac{\sigma(M)}{\varepsilon_0}\, \overrightarrow{n_{1\to 2}}$$

II. Le potentiel électrostatique

1. Propriétés de la fonction potentiel

a. Surface équipotentielle

Le champ électrique est **perpendiculaire** en tout point de la **surface équipotentielle**.

b. Lignes de champ

Ces sont des courbes **tangentes** en tout point **au champ**. V ↘ en suivant la ligne de champ.
Elles **divergent d'une charge positive** (V_{max}) et **convergent vers une charge négative** (V_{min}).

2. L'énergie en fonction du champ électrique

$$\boxed{U_E = \frac{\varepsilon_0}{2} \iiint_{B(O,R)} E^2(P)\, d^3\tau_P} \qquad \text{à grande distance}$$